

問1 あるパソコンの40%は工場Aで生産され, 60%は工場Bで生産されている.  
このパソコンで用いるハードディスクはX社とY社で受注生産しており,

- 工場Aでは20%の割合でX社のディスクを, 80%の割合でY社のディスクを使用している.
- 工場Bでは60%の割合でX社のディスクを, 40%の割合でY社のディスクを使用している.

(1) このパソコンにX社のディスクが使われている割合を求めるため, 次の計算を行った.  
以下の  $a \sim d$  の等号について理由を述べ, 計算結果を求めよ.

$$\begin{aligned} P(X) &\stackrel{a}{=} P(X \cap (A \cup B)) \stackrel{b}{=} P((X \cap A) \cup (X \cap B)) \\ &\stackrel{c}{=} P(X \cap A) + P(X \cap B) \stackrel{d}{=} P(A)P(X|A) + P(B)P(X|B) \end{aligned}$$

(2) このパソコンを購入したらY社のディスクが使われていた. このパソコンが工場Aで生産された確率  $P(A|Y)$  を求めよ.

問2 表が出る確率が  $1/2$  のコインを三枚独立に投げる. 事象  $A, B, C$  を次のように定める.

- 事象  $A$ : 1番目と2番目が同じ向きである
- 事象  $B$ : 2番目と3番目が同じ向きである
- 事象  $C$ : 3番目と1番目が同じ向きである

- (1) 標本空間  $S$  を適切に定めて事象  $A, B, C$  を示せ.
- (2) 事象  $A, B, C$  の確率を求めよ.
- (3) 事象  $A, B$  は独立か? 理由を付けて解答せよ.
- (4) 事象  $A, B, C$  は独立か? 理由を付けて解答せよ.

問3  $\mathcal{A} = \{a, b, c\}$  の文字を6個重複を許して並べて出来る文字列の集合  $\mathcal{A}^6$  を考える.

- (1)  $\mathcal{A}^6$  の要素数  $|\mathcal{A}^6|$  を求めよ.
- (2)  $x \in \mathcal{A}^6$  に対して  $N(a|x)$  を  $x$  の中に現れる  $a$  の回数を表すものとし,  $N(b|x), N(c|x)$  も同様に定義する.

$$T(k, l, m) = \{x \in \mathcal{A}^6 \mid N(a|x) = k, N(b|x) = l, N(c|x) = m\}$$

とおくとき,  $|T(3, 2, 1)|$  を求めよ.

- (3) ある  $x \in \mathcal{A}^6$  について  $N(a|x) = k, N(b|x) = l, N(c|x) = m$  が成り立つ非負整数の組  $(k, l, m)$  の集合を  $\mathcal{N}$  とおく. すなわち,

$$\mathcal{N} = \{(k, l, m) \mid \exists x \in \mathcal{A}^6, N(a|x) = k, N(b|x) = l, N(c|x) = m\}$$

$\mathcal{N}$  の要素数  $|\mathcal{N}|$  を求めよ.

表面からの続き

問4

- (1) 二項定理について説明せよ .
- (2) 以下の等式を証明せよ .

$${}_{n+1}C_k = {}_n C_k + {}_n C_{k-1} \quad (n \geq 1)$$

問5 確率変数  $X$  は区間  $[0, 1]$  上の一様分布に従うとする .  $Y = \sqrt{X}$  とするとき以下の問に答えよ .

- (1)  $Y$  の累積分布関数  $F(y)$  を求めよ .

$$\text{ヒント: } F(y) = P(Y \leq y) = \begin{cases} P(\sqrt{X} \leq y) = P(X \leq y^2) & (y \geq 0) \\ 0 & (y < 0) \end{cases}$$

- (2)  $Y$  の確率密度関数  $f(y)$  を求めよ .
- (3)  $Y$  の期待値  $E[Y]$  を求めよ .
- (4)  $Y$  の分散  $V[Y]$  を求めよ .

問6 確率関数  $f(x) = k \cdot {}_3C_x$  ( $x = 0, 1, 2, 3$ ) における  $k$  の値を求めよ . また , 累積分布関数を求めよ .

以上