2020年7月8日

# 量子情報数理特論
# （第9回）シュミット分解，エンタングルメント，量子テレポーテーション

電気通信大学 大学院情報理工学研究科

小川朋宏

# 8　シュミット分解，エンタングルメント，量子テレポーテーション

(課題)

(1) ケットベクトルの転置について説明せよ
(2) シュミット分解について説明せよ
(3) 純粋状態エンタングルメントはどの様に判定できるか？
(4) 最大エンタングルメント状態とは何か？
(5) ベル基底とは何か？
(6) bit flip, phase flip について説明せよ

## 8.1 転置 (transpose)

**Definition 1.** Hilbert 空間 $\mathcal{K}$ の正規直交基底 $\{|f_i\rangle\}_{i=1}^n$ を固定するとき，

$$T : |x\rangle = \sum_{i=1}^n x_i |f_i\rangle \longmapsto \langle x^T| := \sum_{i=1}^n x_i \underbrace{\langle f_i|}_{\text{フリップ}}$$

を転置 (transpose) という．また，$\mathcal{K}$ 上の作用素 $A = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \langle f_i| A |f_j\rangle \underbrace{|f_i\rangle\langle f_j|}_{\text{ここを}}$ に対して，転置を次式で定義する．

$$A^T := \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \langle f_i| A |f_j\rangle \underbrace{|f_j\rangle\langle f_i|}_{\text{フリップ}} \tag{1}$$

（注意）転置は線形同型写像である．ケットベクトルとブラベクトルの対応

$$|x\rangle = \sum_{i=1}^n x_i |f_i\rangle \longleftrightarrow \langle x| = \sum_{i=1}^n \overline{x}_i \langle f_i| \tag{2}$$

は基底に依存しないが，転置は固定した基底に依存する．

**Lemma 1** (転置の性質).

(i) 転置について，ケットとブラの対応(2)は次式で与えられる．

$$\langle x^T| = \sum_{i=1}^{n} x_i \langle f_i| \longleftrightarrow |x^T\rangle = \sum_{i=1}^{n} \overline{x}_i |f_i\rangle$$

(ii) 内積について，

$$\left\langle x^T \,\middle|\, y^T \right\rangle = \left(\sum_{i=1}^{n} x_i \langle f_i|\right)\left(\sum_{j=1}^{n} \overline{y}_j |f_j\rangle\right) = \sum_{i=1}^{n} x_i \overline{y}_i = \langle y \,|\, x\rangle$$

特に正規直交基底$\{|\alpha_k\rangle\}_{k=1}^{n}$について，$\{|\alpha_k^T\rangle\}_{k=1}^{n}$も正規直交基底である．

(iii) 任意の$|x\rangle \in \mathcal{K}$と$A \in \mathcal{L}(\mathcal{K})$について，$\big(A\,|x\rangle\big)^T = \langle x^T|\, A^T$

$$\begin{tikzcd}
|x\rangle \arrow[r, "T"] \arrow[d, "A"'] & \langle x^T| \arrow[d, "A^T"] \\
A\,|x\rangle \arrow[r, "T"] & \langle x^T|\, A^T
\end{tikzcd}$$

(iii)の証明：(1)より，

$$A\,|f_k\rangle = \sum_{i=1}^{n} \langle f_i|\, A\,|f_k\rangle\, |f_i\rangle, \quad \langle f_k|\, A^T = \sum_{i=1}^{n} \langle f_i|\, A\,|f_k\rangle \langle f_i|$$

基底について$T\big(A\,|f_k\rangle\big) = \langle f_k|\, A^T \ (k = 1, 2, \ldots, n)$であるから，線形性により(iii)が成立．

## 8.2 同型対応：$\mathcal{H}\otimes\mathcal{K}\leftrightarrow\mathcal{L}(\mathcal{K},\mathcal{H})$

Hibert 空間 $\mathcal{K}$ から $\mathcal{H}$ への線形作用素全体の集合を $\mathcal{L}(\mathcal{K},\mathcal{H})$ とかく．

**Lemma 2.** Hilbert 空間 $\mathcal{H}$, $\mathcal{K}$ のそれぞれについて，基底 $\{|e_i\rangle\}_{i=1}^m$, $\{|f_j\rangle\}_{j=1}^n$ が固定されているとき，

$$|x\rangle=\sum_{i=1}^m\sum_{j=1}^n x_{i,j}\,|e_i\rangle\otimes|f_j\rangle\in\mathcal{H}\otimes\mathcal{K}\longleftrightarrow X(x):=(I\otimes T)\,|x\rangle=\sum_{i=1}^m\sum_{j=1}^n x_{i,j}\,|e_i\rangle\langle f_j|\in\mathcal{L}(\mathcal{K},\mathcal{H})$$

はベクトル空間の同型対応を与える（両者を同一視できる）．

**Lemma 3.**

(i) 任意の $|x\rangle\in\mathcal{H}\otimes\mathcal{K}$, $A\in\mathcal{L}(\mathcal{H})$, $B\in\mathcal{L}(\mathcal{K})$ について，$(A\otimes B)\,|x\rangle\longleftrightarrow AX(x)B^T$

特に $\mathcal{H}\simeq\mathcal{K}$ $(m=n)$ のとき，$A=\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n A_{i,j}\,|e_i\rangle\langle e_j|$ に対して $\tilde{A}:=\sum_{i=1}^n\sum_{j=1}^n A_{i,j}\,|f_i\rangle\langle f_j|$ とおけば：

(ii) $|\Phi\rangle:=\sum_{k=1}^m|e_k\rangle\otimes|f_k\rangle\longleftrightarrow I=\sum_{k=1}^m|e_k\rangle\langle f_k|\in\mathcal{L}(\mathcal{K},\mathcal{H})$ （基底 $|f_k\rangle$ を $|e_k\rangle$ に移す同一視）

(iii) $(A\otimes I)\,|\Phi\rangle=(I\otimes\tilde{A}^T)\,|\Phi\rangle$ $[\because\ (A\otimes I)\,|\Phi\rangle\longleftrightarrow A\cdot I=I\cdot\tilde{A}^{TT}\longleftrightarrow(I\otimes\tilde{A}^T)\,|\Phi\rangle\,]$

(iv) 任意の $|x\rangle\in\mathcal{H}\otimes\mathcal{K}$ について，次式を満たす $X\in\mathcal{L}(\mathcal{H})$ が一意に存在

$$|x\rangle=(X\otimes I)\,|\Phi\rangle\qquad[\because\ |x\rangle\longleftrightarrow X(x)=X(x)I\longleftrightarrow(X(x)\otimes I)\,|\Phi\rangle\,]$$

# 8.3 シュミット分解

**Theorem 1.** 任意のベクトル $|x\rangle = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{i,j}\,|e_i\rangle \otimes |f_j\rangle \in \mathcal{H}\otimes\mathcal{K}$ について，

（$|x\rangle$ に依存して）正規直交基底 $\{|\alpha_k\rangle\}_{k=1}^{m}$，$\{|\beta_k\rangle\}_{k=1}^{n}$ を上手く選ぶことにより以下の形に書ける．

$$|x\rangle = \sum_{i=1}^{r} \lambda_k\,|\alpha_k\rangle \otimes |\beta_k\rangle \quad (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_r > 0,\, r \leq \min\{m,n\})$$

**Definition 2.** $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r > 0$ をシュミット係数，$r$ をシュミットランクとよぶ．

（証明）Lemma 2 の同型対応 $X := (I\otimes T)\,|x\rangle = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} x_{i,j}\,|e_i\rangle\langle f_j|$ を考える．

特異値分解定理(2)よりユニタリ作用素 $U$, $V$ が存在して，

$$X = U\left(\sum_{k=1}^{r}\lambda_k\,|e_k\rangle\langle f_k|\right)V = \sum_{k=1}^{r}\lambda_k\,\underbrace{U\,|e_k\rangle}_{|\alpha_k\rangle}\underbrace{\langle f_k|\,V}_{\langle\gamma_k|} \quad (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_r > 0)$$

ユニタリ作用素の性質と基底の延長により，正規直交基底 $\{|\alpha_k\rangle\}_{k=1}^{m}$，$\{|\gamma_k\rangle\}_{k=1}^{n}$ が取れて，

$$|x\rangle = (I\otimes T^{-1})X = \sum_{k=1}^{r}\lambda_k\,|\alpha_k\rangle \otimes T^{-1}\big(\langle\gamma_k|\big) = \sum_{k=1}^{r}\lambda_k\,|\alpha_k\rangle\otimes|\beta_k\rangle \quad (T\,|\beta_k\rangle = \langle\gamma_k|)$$

転置と内積の関係 (Lemma 1 (ii)) から，$\{|\beta_k\rangle\}_{k=1}^{n}$ も正規直交基底である．

## 8.4 エンタングルメント

エンタングルメント(entanglement)は古典系では現れない量子力学的相関のこと．量子もつれともよぶ．

**Definition 3.** 一般に密度作用素 $\rho_{AB} \in \mathcal{S}(\mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B)$ が，

$$\rho_{AB} = \sum_k p_k \, \sigma_k^A \otimes \sigma_k^B \tag{3}$$

$$\sigma_k^A \in \mathcal{S}(\mathcal{H}_A), \quad \sigma_k^B \in \mathcal{S}(\mathcal{H}_B), \quad p_k \geq 0, \quad \sum_k p_k = 1$$

の形に書けるとき（i.e. テンソル積状態の凸結合の形に書けるとき）separable状態であるという．
$\rho_{AB}$ が上の形に書けないとき（separable状態でないとき），エンタングル状態(entangled state)であるという．

混合状態に関するエンタングルメントの扱いは難しい．以降では純粋状態に限定して議論する．

## 8.5 純粋状態エンタングルメント

純粋状態の密度作用素は，状態ベクトル $|\Psi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ により

$$\rho_{AB} = |\Psi_{AB}\rangle\langle\Psi_{AB}| \quad (|\Psi_{AB}\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B)$$

とかける．シュミット分解を考える．

$$|\Psi_{AB}\rangle = \sum_{k=1}^{r} \lambda_k |e_k\rangle \otimes |f_k\rangle \quad (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \cdots \geq \lambda_r > 0,\ r \leq \min\{\dim \mathcal{H}_A, \dim \mathcal{H}_B\})$$

状態ベクトルはノルム1であるからシュミット係数の2乗は確率ベクトル．$\lambda_k = \sqrt{p_k}$ とおけば，

$$|\Psi_{AB}\rangle = \sum_{k=1}^{r} \sqrt{p_k}\, |e_k\rangle \otimes |f_k\rangle, \quad (p_1, p_2, \ldots, p_r) \text{ は確率ベクトル}$$

**純粋状態エンタングルメントの分類**

(i) $r = 1$ のとき：$p_1 = 1$ で，エンタングルしていない．$|\Psi_{AB}\rangle = |e_1\rangle \otimes |f_1\rangle$

(ii) $r \geq 2$ のとき：(3) の形に書けないことが確認でき，エンタングル状態である．

(iii) $r = d := \dim \mathcal{H}_A = \dim \mathcal{H}_B$ で，確率ベクトル $(p_1, p_2, \ldots, p_d)$ が一様分布であるとき，最大エンタングル状態 (maximally entangled state) であるという．

$$|\Psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{k=1}^{d} |e_k\rangle \otimes |f_k\rangle =: |\Phi_{AB}\rangle \quad (d = \dim \mathcal{H}_A = \dim \mathcal{H}_B)$$

$$|\Phi_{AB}\rangle := \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{k=1}^{d} |e_k\rangle \otimes |f_k\rangle \quad (d = \dim \mathcal{H}_A = \dim \mathcal{H}_B)$$

Lemma 3より，$A = \sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} A_{i,j} |e_i\rangle\langle e_j|$ に対して $\tilde{A} := \sum_{i=1}^{d} \sum_{j=1}^{d} A_{i,j} |f_i\rangle\langle f_j|$ とおけば，

**Lemma 4** (最大エンタングル状態の性質).

(i) $|\Phi_{AB}\rangle := \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{k=1}^{d} |e_k\rangle \otimes |f_k\rangle \overset{\text{同型対応}}{\longleftrightarrow} \frac{1}{\sqrt{d}} I_{A\to B} = \frac{1}{\sqrt{d}} \sum_{k=1}^{d} |e_k\rangle\langle f_k|$

(ii) $(A \otimes I) |\Phi_{AB}\rangle = (I \otimes \tilde{A}^T) |\Phi_{AB}\rangle$

(iii) 任意の $|x\rangle \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$ について，次式を満たす $X \in \mathcal{L}(\mathcal{H}_A)$ が一意に存在

$$|x\rangle = (X \otimes I) |\Phi_{AB}\rangle$$

**Lemma 5.** $\mathcal{H}_A$ の任意の正規直交基底 $\{|e'_k\rangle\}_{k=1}^d$ に対して，$\mathcal{H}_B$ の正規直交基底 $\{|f'_k\rangle\}_{k=1}^d$ が存在して，

$$|\Phi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}}\sum_{k=1}^d |e_k\rangle \otimes |f_k\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}}\sum_{k=1}^d |e'_k\rangle \otimes |f'_k\rangle$$

（証明）$\mathcal{H}_A$ の正規直交基底 $\{|e_k\rangle\}_{k=1}^d$, $\{|e'_k\rangle\}_{k=1}^d$ に対して，$|e'_k\rangle = U\,|e_k\rangle$ $(k = 1, 2, \ldots, d)$ となるユニタリ作用素が存在する．これにより，

$$\begin{aligned} |\Phi_{AB}\rangle &= (UU^* \otimes I)\,|\Phi_{AB}\rangle = (U \otimes I)(U^* \otimes I)\,|\Phi_{AB}\rangle \\ &= (U \otimes I)(I \otimes \tilde{U}^{*T})\,|\Phi_{AB}\rangle = (U \otimes \tilde{U}^{*T})\,|\Phi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{d}}\sum_{k=1}^d |e'_k\rangle \otimes |f'_k\rangle \end{aligned}$$

ただし，$|f'_k\rangle = \tilde{U}^{*T}\,|f_k\rangle$ とおいた．ユニタリ作用素 $U$ に対して，$U^*$, $\tilde{U}^*$, $\tilde{U}^{*T}$ がユニタリ作用素であることは容易に確認でき，したがって，$|f'_k\rangle$ は正規直交基底となる．

## 8.8　例：$\mathcal{H}_A = \mathcal{H}_B = \mathbb{C}^2$ の場合

$$|e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |f_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |f_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} |e_1'\rangle &= \frac{|e_1\rangle + |e_2\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |e_2'\rangle = \frac{|e_1\rangle - |e_2\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \\ |f_1'\rangle &= \frac{|f_1\rangle + |f_2\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad |f_2'\rangle = \frac{|f_1\rangle - |f_2\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

とおくと，以下が成立.

$$|\Phi_{AB}\rangle = \frac{|e_1\rangle \otimes |f_1\rangle + |e_2\rangle \otimes |f_2\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{|e_1'\rangle \otimes |f_1'\rangle + |e_2'\rangle \otimes |f_2'\rangle}{\sqrt{2}}$$

実際，

$$\begin{aligned} \frac{|e_1'\rangle \otimes |f_1'\rangle + |e_2'\rangle \otimes |f_2'\rangle}{\sqrt{2}} &= \frac{(|e_1\rangle + |e_2\rangle) \otimes (|f_1\rangle + |f_2\rangle) + (|e_1\rangle - |e_2\rangle) \otimes (|f_1\rangle - |f_2\rangle)}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} \\ &= \frac{|e_1\rangle \otimes |f_1\rangle + |e_2\rangle \otimes |f_2\rangle}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$|\Phi_{AB}\rangle = \frac{|e_1\rangle \otimes |f_1\rangle + |e_2\rangle \otimes |f_2\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{|e_1'\rangle \otimes |f_1'\rangle + |e_2'\rangle \otimes |f_2'\rangle}{\sqrt{2}}, \quad \rho_{AB} = |\Phi_{AB}\rangle\langle\Phi_{AB}|$$

(i) 系AでPVM $E = \{E_1, E_2\} = \{|e_1\rangle\langle e_1|, |e_2\rangle\langle e_2|\}$,
系BでPVM $F = \{F_1, F_2\} = \{|f_1\rangle\langle f_1|, |f_2\rangle\langle f_2|\}$ を行うと,
合成系におけるPVMは $\{E_x \otimes F_y\}_{x,y=1}^2$ であり，同時分布は

$$P_{\rho_{AB}}(x,y) = \mathrm{Tr}\,\rho_{AB}(E_x \otimes F_y) = \langle\Phi_{AB}|(E_x \otimes F_y)|\Phi_{AB}\rangle$$

$$= \langle(E_x \otimes F_y)\Phi_{AB}|\,|(E_x \otimes F_y)\Phi_{AB}\rangle = \|\,|(E_x \otimes F_y)\Phi_{AB}\rangle\,\|^2 = \begin{cases} \frac{1}{2} & x = y \\ 0 & x \neq y \end{cases}$$

(ii) 系AでPVM $E' = \{E_1', E_2'\} = \{|e_1'\rangle\langle e_1'|, |e_2'\rangle\langle e_2'|\}$,
系BでPVM $F' = \{F_1', F_2'\} = \{|f_1'\rangle\langle f_1'|, |f_2'\rangle\langle f_2'|\}$ を行うと,
合成系におけるPVMは $\{E_x' \otimes F_y'\}_{x,y=1}^2$ であり，同時分布は同様に,

$$P_{\rho_{AB}}(x,y) = \|\,|(E_x' \otimes F_y')\Phi_{AB}\rangle\,\|^2 = \begin{cases} \frac{1}{2} & x = y \\ 0 & x \neq y \end{cases}$$

(i) (ii) のいずれのケースでも $x = y = 1$ または $x = y = 2$ が確率1/2で生起する（完全相関）.
下記の確率的な混合状態では(i)では完全相関だが，(ii)では $x$, $y$ が独立に一様分布で発生する.

$$\rho_{AB} = \frac{1}{2}|e_1\rangle\langle e_1| \otimes |f_1\rangle\langle f_1| + \frac{1}{2}|e_2\rangle\langle e_2| \otimes |f_2\rangle\langle f_2|$$

## 8.10　ベル基底

$$|0\rangle := |e_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle := |e_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

とおき，合成系におけるテンソル積記号 $\otimes$ を省略して書く．

- $|01\rangle$, $|10\rangle$ を45度回転することで，$|\Psi^+\rangle$, $|\Psi^-\rangle$ が得られる．

$$|01\rangle \quad \longleftrightarrow \quad |\Psi^+\rangle = \frac{|01\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{45度回転}$$

$$|10\rangle \quad \longleftrightarrow \quad |\Psi^-\rangle = \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{45度回転}$$

- $|00\rangle$, $|11\rangle$ を45度回転することで，$|\Phi^+\rangle$, $|\Phi^-\rangle$ が得られる．

$$|00\rangle \quad \longleftrightarrow \quad |\Phi^+\rangle = \frac{|00\rangle + |01\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{45度回転}$$

$$|11\rangle \quad \longleftrightarrow \quad |\Phi^-\rangle = \frac{|00\rangle - |01\rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{45度回転}$$

$|\Psi^+\rangle$, $|\Psi^-\rangle$, $|\Phi^+\rangle$, $|\Phi^-\rangle$ はベル基底とよばれる $\mathbb{C}^2 \otimes \mathbb{C}^2$ の正規直交基底

## 8.11 bit flip と phase flip

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- bit flip $\quad X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$X\,|0\rangle = X\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle\,, \quad X\,|1\rangle = X\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle$$

- phase flip $\quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

$$Z\,|0\rangle = Z\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |0\rangle = (-1)^0\,|0\rangle\,, \quad Z\,|1\rangle = Z\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} = -\,|1\rangle = (-1)^1\,|1\rangle\,,$$

## 8.12 量子テレポーテーション

Aliceが所有する系$C$における，未知のベクトル状態（以下で書ける）を，遠隔にいるBobに送信したい．
測定を行うと破壊されてしまう．

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \in \mathbb{C}^2 \quad (\alpha, \beta \in \mathbb{C})$$

Aliceの系$A$と，Bobの系$B$の合成系で，以下の最大エンタングル状態を共有していると仮定．

$$|\Phi^+\rangle = \frac{|00\rangle + |01\rangle}{\sqrt{2}}$$

系$C$,$A$, $B$の合成系における状態は，計算により以下で表される．

$$\begin{aligned} |\psi\rangle \otimes |\Phi^+\rangle = &\frac{1}{2}|\Phi^+\rangle(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) + \frac{1}{2}|\Phi^-\rangle(\alpha|0\rangle - \beta|1\rangle) \\ &+ \frac{1}{2}|\Psi^+\rangle(\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle) + \frac{1}{2}|\Psi^-\rangle(-\beta|0\rangle + \alpha|1\rangle) \end{aligned}$$

**量子テレポーテーション**

(1) Aliceが所有する系$C$, 系$A$の合成系でベル基底$|\Psi^+\rangle$, $|\Psi^-\rangle$, $|\Phi^+\rangle$, $|\Phi^-\rangle$ により測定

(2) 4通りの測定結果1, 2, 3, 4を，古典的な回線（電話，インターネット）により，AliceからBobに送信する(2 bit)

(3) Bobは送信された測定結果に応じてbit flip, phase flipの操作を行うことで，未知のベクトル状態が復元できる．
測定結果1：何もしない，測定結果2：phase flip,
測定結果3：bit flip，測定結果4：phase flip + bit flip